SO5

Matematik rapport

Elevnavne fjernet

Indholdsfortegnelse

Opgave 1: Standardkurve 2
a) 2
b) 2
c) 3
d) 4
Opgave 2: Koncentration af ukendt prøve 4
a) 4
b) 5
c) 6
Opgave 3: Histogrammer 7
a) & b) 7
c) 8
Opgave 4: Tæthedsfunktionen 9
a) 9
b) 11
c) 13
d) 14
Opgave 5: Sammenlign apparater 14
a) 14
b) 14

Opgave 1: Standardkurve

Vi har fået følgende informationer, for at løse denne opgave.

Gammelt apparat	
Koncentration i μM	Absorbans
0	0
4	0,036
8	0,119
12	0,153
16	0,267
20	0,367

Nyt apparat	
Koncentration i μM	Absorbans
0	0
4	0,08
8	0,159
12	0,249
16	0,391
20	0,44

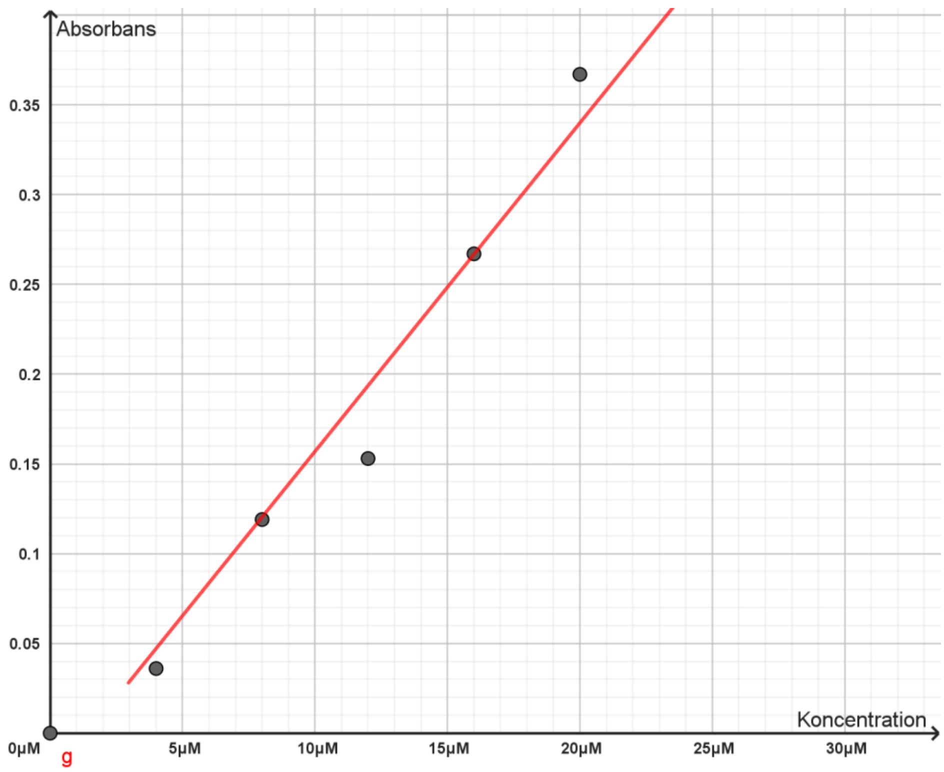
a)

Vi vil i denne opgave definere x og y, og give dem nye symboler, som har en reference til deres betydning i opgavebeskrivelsen. X bliver beskrevet som koncentrationen, hvor vores y beskriver absorbansen. Vores koncentration får derfor symbolet K, og vores absorbans får symbolet A.

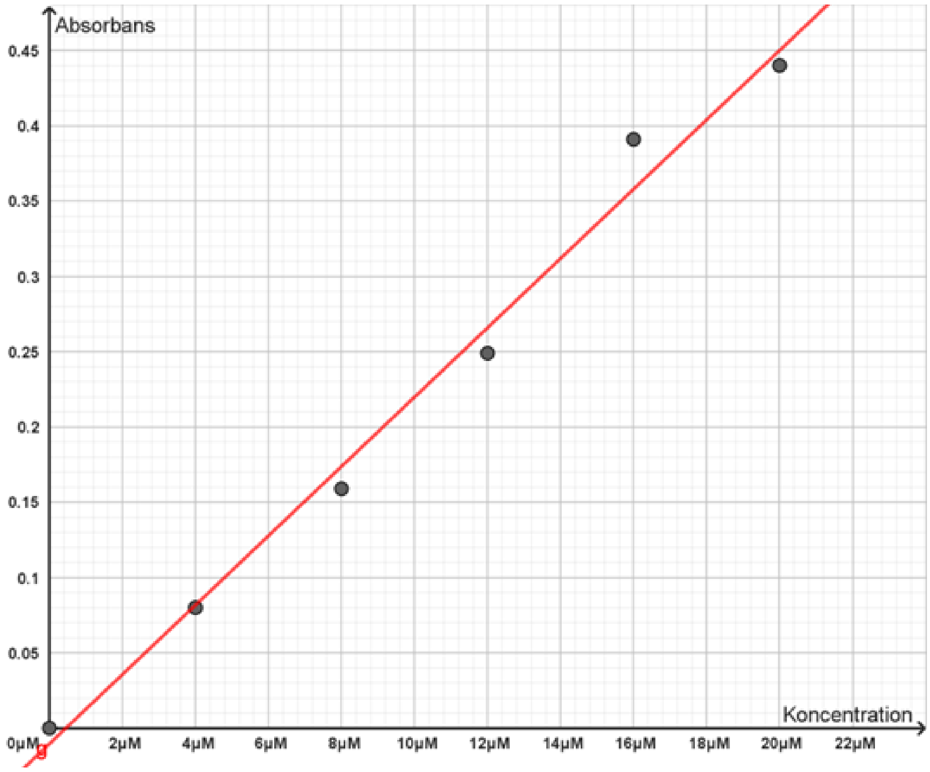
b)

Vi har fået til opgave at opstille en lineær funktion for både det gamle apparat, og ligeledes med det nye. Dette har vi tænkt os at gøre ved hjælp af en lineær regression, hvor vi anvender punkterne fra det givne datasæt.

Den lineære regression, for det gamle apparat, ser således ud:



Den lineære regression for det nye apparat ser ud som følgende:



c)

Vi ville nu opskrive funktionsforskrifterne, og forklare betydning af hældningskoefficienterne og begyndelsesværdierne.

De to lineære funktioner har følgende generelle funktionsforskrift: $f(x) = ax + b$

Gammelt apparat: Det gamle apparat har følgende forskrift: $g(K) = 0{,}0183K - 0{,}026$.

I denne sammenhæng har vores lineære funktion en a altså $0{,}0183$. a i en lineær forskrift er hældningskoefficienten, som i dette tilfælde siger hvor stor absorbansen værdi bliver ved den koncentration der er blevet angivet. Vores b er i dette tilfælde $0{,}026$, hvilket er skæringen med y aksen. I sammenhæng med opgaven, så beskriver den mængden af absorbans der er, hvis der er ingen koncentration. I dette tilfælde giver vores absorbans ikke særlig meget mening, da det naturligvis burde være 0, pga. der slet ikke er noget koncentration.

Nyt apparat: Det nye apparat har følgende forskrift: $n(K) = 0{,}02302K - 0{,}01038$, i dette tilfælde har denne samme variabler og definitioner som det gamle apparat, forskellen ligger bare ved værdierne. b giver heller ikke mening i dette tilfælde da det stadig er oppe på 0.

d)

Når vi skal lave en samlet vurdering af vores modeller fra forrige opgave, så skal vi anvende determinationskoefficienten. Den bliver beskrevet ved symbolet R^2 som er med til at forklare hvor tæt punkterne ligger på den lineære funktion og derfor bestemme for hvor pålidelig funktionen er. Når R^2 værdien ligger over 0.95, så kan man bedømme at den er pålidelig.

På vores to modeller, ligger deres R^2 værdi på:

Gammelt apparat: 0,967

Nyt apparat: 0,988

Derfor kan vi på begge apparater konkludere at begge vores modeller er pålidelige og korrekte lineære funktioner.

Opgave 2: Koncentration af ukendt prøve

Vi fik følgende skema, over de to apparaters absorbans målinger.

Gammelt apparat	Nyt apparat
0,211	0,241
0,183	0,222
0,178	0,321
0,16	0,226
0,158	0,307
0,174	0,24
0,185	0,221
0,209	0,219
0,215	0,215
0,177	0,221
0,168	0,24
0,188	0,287

a)

For at kunne udregne koncentrationen (K), så skal vi omskrive vores to modeller.

For at omskrive vores modeller, så skal vi isolere for K, da det er vores koncentration. Dette gør vi vha. de to fundne funktioner, $g(K)$ og $n(K)$.

Funktionen $g(K)$:

$$g(K) = 0{,}0183K - 0{,}026$$

Først plusser vi vores b, på begge sider af "=" tegnet. Fortegnet ændrer sig til plus.

$$0{,}026 + g(K) = 0{,}0183K$$

Da vores variabel "a", er ganget med K. Så kan vi dividere a på begge sider af lighedstegnet.

$$K = \frac{0{,}026 + g(K)}{0{,}0183}$$

Samme proces foregår for det nye apparat, som er angivet ved funktionen $n(K)$

$$n(K) = 0{,}02302K - 0{,}01038$$

Plus variablen b på begge sider

$$0{,}01038 + n(K) = 0{,}02302K$$

Divider variablen a på begge sider.

$$K = \frac{0{,}01038 + n(K)}{0{,}02302}$$

Så de følgende ligninger, for den gamle, og den nye er:

Gammelt apparat: $K = \frac{0{,}026+g(K)}{0{,}0183}$

Nyt apparat: $K = \frac{0{,}0104+n(K)}{0{,}023}$

b)

Vi ville udnytte de givne målinger i skemaet, så vi kan beregne den tilhørende koncentration.

For at kunne udregne koncentrationen fra målingerne, så skal vi anvende de to isolerede funktionsforskrifter for K fra den forrige opgave. Derefter så kan vi indsætte vores kendte data fra nedenstående tabel for at udregne den resulterende koncentration.

Gammelt apparat:

Vi vil indsætte den kendte y-værdi fra tabellen i formlen angivet fra forrige opgave. Derefter finder jeg så ud af hvad koncentrationen ville blive hvis absorbansen har værdien 0,211

$$K = \frac{0{,}026 + 0{,}211}{0{,}0183} = 12{,}950819672131$$

Nyt apparat:

Nu gør jeg det samme som i forrige udregning, bare med det nye apparats funktion for K og ved at gøre brug af dens første kendte y-værdi 0,241.

$$K = \frac{0{,}01038 + 0{,}241}{0{,}02302} \approx 10{,}92007$$

Nu vil jeg udregne hver koncentration ved at anvende formlen, og indsætte hver absorbans værdi fra det angivede tabel. Og derefter indsætte resultaterne i det nedenstående tabelsystem:

Koncentration for hver absorbans

Gammelt apparat	Nyt apparat
$x = 12{,}951$	$x = 10{,}92$
$x = 11{,}421$	$x = 10{,}095$
$x = 11{,}148$	$x = 14{,}395$
$x = 10{,}164$	$x = 10{,}268$
$x = 10{,}055$	$x = 13{,}787$
$x = 10{,}929$	$x = 10{,}877$
$x = 11{,}530$	$x = 10{,}051$
$x = 12{,}842$	$x = 9{,}964$
$x = 13{,}169$	$x = 9{,}791$
$x = 11{,}093$	$x = 10{,}051$
$x = 10{,}601$	$x = 10{,}877$
$x = 11{,}694$	$x = 12{,}918$

c)

Vi vil i denne opgave udregne den gennemsnitlige koncentration for begge apparater.

Gennemsnittet for det gamle apparat:

For at beregne gennemsnittet af koncentrationerne for hver absorbans så skal vi plusse hver koncentration sammen og dividere det med mængden vi har plusset sammen. Set som følgende:

$$12{,}951 + 11{,}421 + 11{,}148 + 10{,}164 + 10{,}055 + 10{,}929 + 11{,}530 + 12{,}842 + 13{,}169 + 11{,}093 + 10{,}601 + 11{,}694 \approx 137{,}597$$

Antal af x-værdier: 12

$$\frac{137{,}597}{12} = 11{,}46642$$

Gennemsnittet for det nye apparat:

For at beregne gennemsnittet for det nye apparat, så gør vi det samme som i forrige opgave:

$$10{,}92 + 10{,}095 + 14{,}395 + 10{,}268 + 13{,}787 + 10{,}877 + 10{,}051 + 9{,}964 + 9{,}791 + 10{,}051 + 10{,}877 + 12{,}918 = 133{,}994$$

Antal af x-værdierne: 12

$$\frac{133.994}{12} = 11{,}16617$$

For det Gamle apparat er den gennemsnitlige koncentration $\underline{\underline{11{,}47}}$, og for det nye er det $\underline{\underline{11{,}17.}}$

Opgave 3: Histogrammer

a) & b)

Vi har fordelt koncentrationerne, i hyppighed af intervallerne, og derefter udregnet frekvensen.

For at udregne frekvenserne skal man tage dine observationer og individuelt dividere dem med det endelige antal.

Gammelt apparat

Koncentration i μM	Hyppighed	Frekvens
$[10; 11[$	4	0,333
$[11; 12[$	5	0,417
$[12; 13[$	2	0,167
$[13; 14[$	1	0,083
I alt	12	1

Nyt apparat

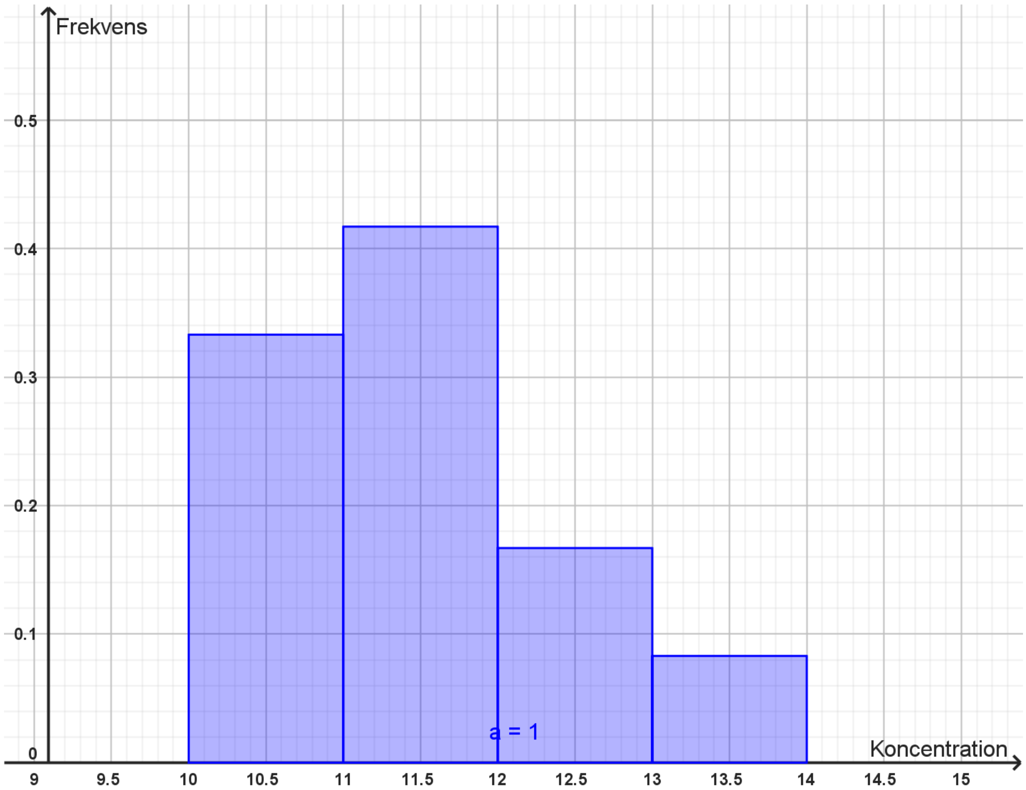
Koncentration i μM	Hyppighed	Frekvens
$[9; 10[$	2	0,166
$[10; 11[$	7	0,583
$[11; 12[$	0	0
$[12; 13[$	1	0,083
$[13; 14[$	1	0,083
$[14; 15[$	1	0,083
I alt	12	1

b)

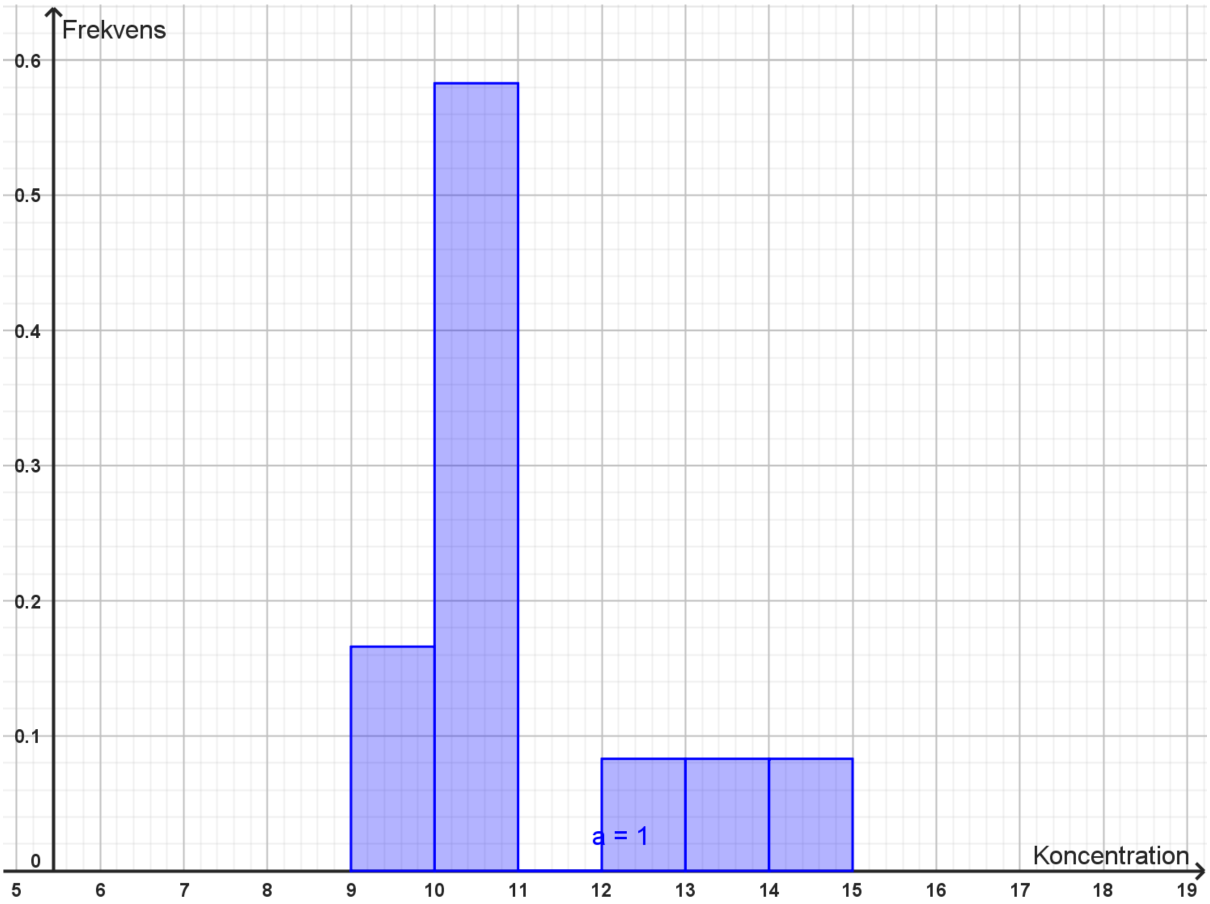
Vi skal i denne opgave opstille histogrammer, for frekvenserne på begge apparater.

Når vi skal opstille histogrammer, så skal vi bruge vores data fra de kendte frekvenser og starte en grupperet observation, med et interval der begynder med vores første målinger. $x-aksen$, skal af den grund stå med fokus på koncentration, og vores $y-akse$, skal være vores frekvenser.

Gammelt apparat



Nyt apparat



Opgave 4: Tæthedsfunktionen

a)

Vi skal nu beregne middelværdien, for de to intervaller.

For at beregne middelværdien af de to intervaller, så skal vi benytte os af følgende formel:

$$\bar{x} = \frac{h_1 \cdot m_1 + h_2 \cdot m_2 + \ldots + h_k \cdot m_k}{n}$$

h, er vores hyppigheder, hvor m er vores midtpunkt af intervallerne. Og vores n er summen af hyppighederne. Følgende skema viser midtpunkterne for de to apparaters, koncentration, da det er det vi skal bruge til at udregne middelværdien.

Gammelt apparat

Interval	Midtpunkt af interval
$[10; 11[$	10,5
$[11; 12[$	11,5
$[12; 13[$	12,5
$[13; 14[$	13,5

Nyt apparat

Interval	Midtpunkt af interval
$[9; 10[$	9,5
$[10; 11[$	10,5
$[11; 12[$	11,5
$[12; 13[$	12,5
$[13; 14[$	13,5
$[14; 15[$	14,5

Derefter skal vi gange vores hyppighed med hinanden, plus det hele sammen, og til sidst dividere det med hyppigheden.

Gammelt apparat

Hyppighed	Midtpunkt af interval	Udregning
4	10,5	$4 \cdot 10{,}5 = 42$
5	11,5	$5 \cdot 11{,}5 = 57{,}5$
2	12,5	$2 \cdot 12{,}5 = 25$
1	13,5	$1 \cdot 13{,}5 = 13{,}5$

Og summet alle udregningerne sammen, får vi det til $42 + 57{,}5 + 25 + 13{,}5 = 138$

Nyt apparat

Hyppighed	Midtpunkt af interval	Udregning
2	9,5	$2 \cdot 9{,}5 = 19$
7	10,5	$7 \cdot 10{,}5 = 73{,}5$
0	11,5	$0 \cdot 11{,}5 = 0$
1	12,5	$1 \cdot 12{,}5 = 12{,}5$
1	13,5	$1 \cdot 13{,}5 = 13{,}5$
1	14,5	$1 \cdot 14{,}5 = 14{,}5$

Summen af alle de udregninger ville blive: $19 + 73{,}5 + 0 + 12{,}5 + 13{,}5 + 14{,}5 = 133$

Derefter skal vi gange vores sum, med antallet af observationer, som vi har brugt, hvilket er 12.

Gammelt apparat

$$\frac{138}{12} = \frac{23}{2} = 11{,}5$$

Nyt apparat

$$\frac{133}{12} = 11{,}083$$

Så derfor kan vi konkludere at vores middelværdi for det gamle apparat er 11,5, og for det nye apparat er det 11,083

b)

Vi skal nu beregne spredningen af de to apparater. For at kunneberegne spredningen, skal vi først udregne vores varians, hvilket vi gør med følgende formel:

$$Var(x) = \frac{h_1(x_1 - \bar{x})^2 + h_2(x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + h_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$$

Her skal vi anvende vores middelværdi som vi har fra forrige opgave. Nedenfor er skemaerne, med vores data, hvor vi har videre udviklet det, med de individuelle udregninger:

Gammelt apparat

x	**h**	$\boldsymbol{x \cdot h}$	$\boldsymbol{(x - \bar{x})^2}$	$\boldsymbol{h \cdot (x - \bar{x})^2}$
10,5	4	42	$(10{,}5 - 11{,}5)^2 = 1$	$4 \cdot 1 = 4$
11,5	5	57	$(11{,}5 - 11{,}5)^2 = 0$	$5 \cdot 0 = 0$
12,5	2	25	$(12{,}5 - 11{,}5)^2 = 1$	$2 \cdot 1 = 2$
13,5	1	13,5	$(13{,}5 - 11{,}5)^2 = 4$	$1 \cdot 4 = 4$
	12	137,5		10

Efter vi har fundet vores resultater for udregningerne, skal vi dividere det med, vores observationer, som er 12, så variansen for det gamle apparat er følgende: $\frac{10}{12} = \frac{5}{6} = 0{,}833$

Nyt apparat

x	h	$x \cdot h$	$(x - \bar{x})^2$	$h \cdot (x - \bar{x})^2$
9,5	2	19	$(9{,}5 - 11{,}083)^2 = 2{,}505889$	$2 \cdot 2{,}506 = 5{,}012$
10,5	7	73,5	$(10{,}5 - 11{,}083)^2 = 0{,}339889$	$7 \cdot 0{,}34 = 2{,}38$
11,5	0	0	$(11{,}5 - 11{,}083)^2 = 0{,}173889$	$0 \cdot 0{,}174 = 0$
12,5	1	12,5	$(12{,}5 - 11{,}083)^2 = 2{,}007889$	$1 \cdot 2{,}008 = 2{,}008$
13,5	1	13,5	$(13{,}5 - 11{,}083)^2 = 5{,}841889$	$1 \cdot 5{,}842 = 5{,}842$
14,5	1	14,5	$(14{,}5 - 11{,}083)^2 = 11{,}67589$	$1 \cdot 11{,}676 = 11{,}676$
	12	133		26,918

Derefter skal vi dividere det med vores observationer som stadig er 12, så variansen for det nye apparat er følgende: $\frac{26{,}918}{12} = 2{,}243166666666667$

Afrundet, er vores varians for det gamle apparat 0,833, og for det nye 2,243.

Efter vi har beregnet begge varianser, skal vi udnytte følgende formel for at finde ud af hvad spredningen er: $\sigma = \sqrt{var(x)}$

Gammelt apparat

$$\sigma = \sqrt{0{,}833} = 0{,}9126883367283708$$
$$11{,}5$$

Nyt apparat

$$\sigma = \sqrt{2{,}243} = 1{,}497664849023305$$
$$11{,}083$$

Hvilket ville sige vores spredninger for den gamle er 0,913, og for den nye er det 1,498 c)

Nu skal vi tegne vores tæthedsfunktion, for det to grafer, hvilket vi gør, vha. følgende formel:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Efter at indsætte vores data ville det derfor se ud som følgende:

Gammelt apparat

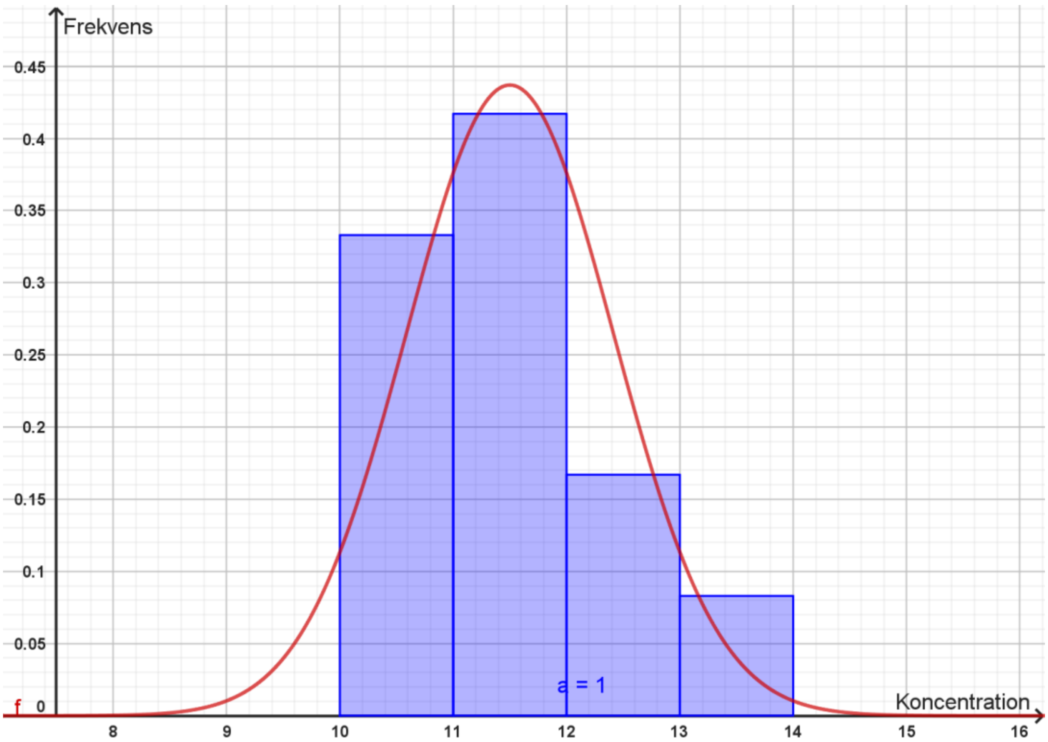
$$g(x) = \frac{1}{0{,}913 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-11{,}5}{0{,}913}\right)^2}$$

Nye apparat

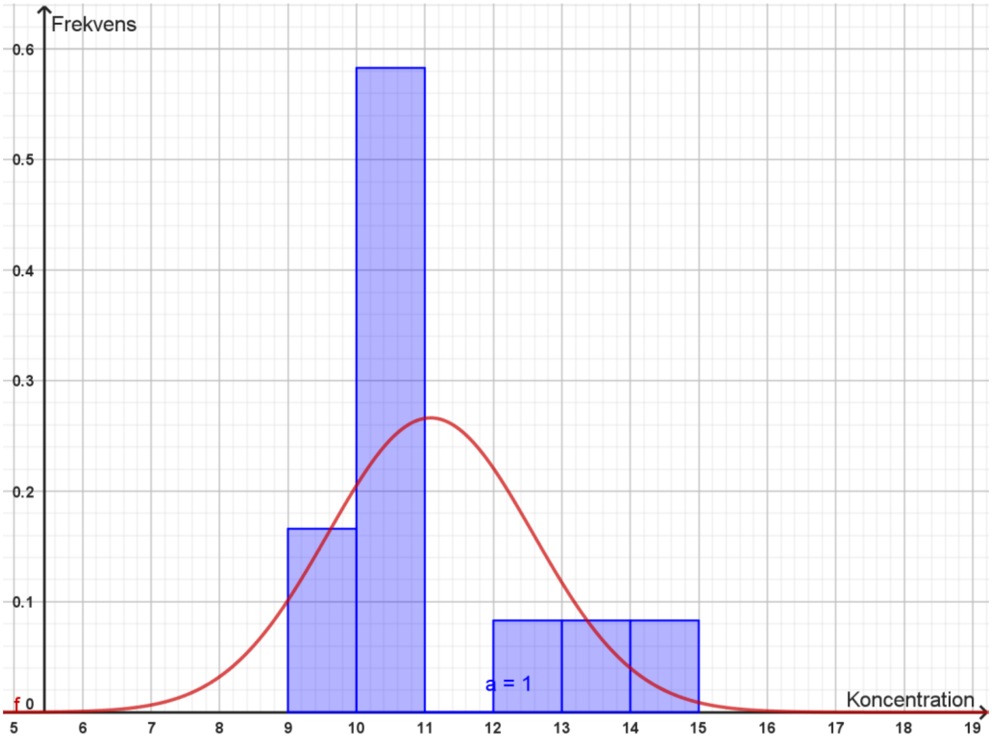
$$n(x) = \frac{1}{1{,}498 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-11{,}083}{1{,}498}\right)^2}$$

Efter at visualisere følgende funktioner, vha. GeoGebra, ville det se ud som følgende:

Gammelt apparat



Nyt apparat



d)

Vi ville undersøge om de to datasæt tilnærmes vis er normalfordelt, hvilket vi gør ved at kigge på tæthedsfunktionen.

Når vi kigger på tæthedsfunktionen, er det tydeligt at det gamle apparat, har en mere normalfordelt graf, end det nye apparat. Dette kan ses ved at den forholdsvist holder sig til histogrammet, hvorimod det nye apparat har en tydeligt stor fordeling, mellem funktionen og histogrammet.

Opgave 5: Sammenlign apparater

a)

Vi ville udføre en t-test på absorbans værdierne fra opgave 2, hvilket vi gør vha. GeoGebras t-test 2.

Resultaterne af dette bliver følgende: l3 = {0.00003, -5.22892}

Dvs. vores $p = 0{,}00003$. Da vores $p < 0{,}05$, ville det sige vores H_0 forkastes.

b)

Da vores H_0 forkastes, betyder det at der er en 95% chance for at forskellen, er signifikant. I andre ord kan man sige at der er en 95% chance for at forskellen ikke er tilfældig.